

Datos detrás de la tasa de contagio del 8.9 % reportada para el 12 de abril

Duvan Henao Gregorio Moreno

Facultad de Matemáticas
Pontificia Universidad Católica de Chile

24 de abril de 2020

El pasado 13 de abril, en una nota publicada en el sitio web de la Facultad de Matemáticas [1] y en un reportaje para el diario Las Últimas Noticias [2], reportamos una tasa de contagio del 8.9% y la predicción de más de 50.000 infectados activos por COVID-19 para fines de junio, basada en un modelo S-I-R simplificado. En este documento detallamos los cálculos detrás de esos valores.

Nuestro análisis [1, 2] fue motivado por el reciente artículo de H. Pastén & J. Castillo [3], donde se presenta una versión discretizada del modelo S-I-R y se pone de manifiesto la magnitud que podría alcanzar el número de infectados en ausencia de medidas de contención, y por el artículo de G. Moreno [4], en donde se explica más en detalle qué significa *aplanar la curva* y la necesidad de modelos geolocalizados como el modelo desarrollado por el grupo liderado por T. Pérez-Acle del Centro Interdisciplinario de Neurociencia de Valparaíso y la Fundación Ciencia y Vida. Al día de hoy existen alrededor de 15 grupos de investigación en Chile trabajando en llevar los modelos matemáticos al nivel de refinamiento necesario para fortalecer el análisis de impacto de políticas públicas (tanto las de confinamiento como de retorno a la normalidad). Por ejemplo, para estimar el requerimiento de ventiladores mecánicos en zonas específicas, se necesitan modelos que incorporen, entre otras cosas, rangos etarios, estimaciones del número de personas asintomáticas y los efectos de cuarentenas parciales y de la eventual reapertura de escuelas. Hay bastante interacción y cooperación entre los distintos grupos, algunos de los cuales participan en la Mesa de Datos COVID-19 conformada por el Ministro Andrés Couve. Hacemos un llamado a apoyar estos esfuerzos interdisciplinarios críticos y a centrar la mirada en sus avances, sus resultados y las inquietudes y explicaciones que ellos estarán comunicando por distintos medios.

Desde la publicación de los números el pasado 13 de abril, la tasa de contagio para el número de infectados ha disminuido significativamente, desde un prome-

dio de 8,9% reportado para el período entre el 6 y el 12 de abril hasta una tasa promedio de incluso 7,6% entre el 15 y el 21 de abril. Tasas así de bajas modifican la predicción del modelo SIR de forma considerable, desde una proyección de 50.000 casos activos para el 28 de junio a una de 50.000 casos activos recién el 29 de septiembre (y un peak de alrededor de 105.000 casos en vez de los más de 750.000 correspondiente a la tasa del 8,9%). Esta excelente noticia¹ evidencia la efectividad de las medidas de aislamiento, razón por la cual consideramos sumamente benéficas las cuarentenas decretadas esta semana para las comunas de Quinta Normal, Pedro Aguirre Cerda e Independencia, así como las que se pronostican serán decretadas durante las próximas dos semanas. Lo consideramos benéfico no solo desde el punto de vista de las vidas que se salvan sino también desde el punto de vista económico: si la epidemia se controla al punto de salir del delicado momento en el que nos encontramos entonces más prontamente se darán las condiciones para que el país retome paulatinamente su actividad económica. En cambio, si sufrimos una recaída por haber cantado victoria cuando aún nos encontrábamos en el momento más crítico, el necesario repunte económico tardará en llegar, tanto más si breves tendencias al alza terminan catalizando una nueva fase de crecimiento exponencial del contagio.

Recalamos la importancia de no confiarse al constatar la expansión más lenta que ahora se observa en el contagio. Las menores tasas observadas la última semana son el reflejo de cambios en la conducta a fines de marzo y comienzos de abril, donde hubo mayor conciencia respecto de la importancia del aislamiento. Las consecuencias del relajamiento observado desde Semana Santa, tanto en la auto disciplina [5] como en las políticas públicas, podría reflejarse a fines de abril y comienzos de mayo en un nuevo aumento acelerado del número de casos confirmados y de hospitalizaciones [6]. La efectividad del confinamiento, evidenciado en las menores tasas de contagio, alerta también sobre el efecto de relajar las medidas de aislamiento. Y, aunque las predicciones de los modelos no deben entenderse como estimaciones cuantitativas exactas, es absolutamente necesario prestar atención a las tendencias cualitativas que exhiben [4]. En particular, la sensibilidad en las predicciones del modelo SIR discreto para tasas de contagio en el rango entre el 7% y el 9% alerta sobre la fase delicada en que nos encontramos, donde la propagación del virus puede responder de maneras cualitativamente opuestas a pequeños cambios en las conductas (ver Sección 4). Sin importar la discrepancia que pueda haber entre distintos modelos, todos coinciden en que la clave está en que el número de personas que se recuperan (y dejan de ser infectantes) pase a ser mayor que el número de nuevas personas contagiadas. De eso depende que logremos alcanzar un primer *peak* en la curva de contagios activos. Sin embargo, a comienzos de mayo los nuevos recuperados serán relativamente

¹Esto corresponde al cálculo agregado a nivel nacional, siendo contraria y preocupante la tendencia en algunas regiones.

pocos (porque serán los que se contagiaron durante estos días, cuando guardábamos un mayor aislamiento) y, en contraposición, los nuevos infectados podrían ser muchos debido al mayor relajamiento. Entre los grupos que están desarrollando los modelos matemáticos parece haber consenso en que no se sabe aún cuándo alcanzaremos el primer *peak* de contagios y que este no se avisa en el plazo inmediato. Es importante aprender la lección de la isla de Hokkaido en Japón [7], donde el número de casos nuevos se había reducido a uno o dos por día a mediados de marzo, situación tras la cual la precipitada reapertura de escuelas a comienzos de abril, entre otras medidas, produjo una segunda ola de contagios y una nueva cuarentena decretada apenas 26 días después del levantamiento de las restricciones. Resulta más prudente seguir el ejemplo de Francia, uno de los países que han decidido prolongar las medidas de confinamiento hasta por lo menos tres semanas después del *peak* para cerciorarse de detener los nuevos contagios y estar en las condiciones propicias para relajar el aislamiento.

Decidimos escribir esta nota a raíz de ciertas consultas respecto del cálculo de la tasa de contagio. Esto se explica en la Sección 1. Aprovechamos de exponer una vez más el modelo SIR discreto de Pastén y Castillo [3] que fue utilizado para realizar ciertas estimaciones y el análisis cualitativo difundido en otras ocasiones. En la Sección 3, dirigimos el lector a una carpeta pública que contiene planillas de datos permanentemente actualizadas y una implementación del SIR discreto que pueden ser de interés. La Sección 4 está dirigida a un público más versado en las matemáticas y justifica ese misterioso valor crítico de 7%. Finalmente, el objetivo central de esta nota (y de las notas anteriores), más allá de los argumentos técnicos, es fortalecer la conciencia individual de la gravedad de esta situación y recalcar la importancia de la responsabilidad individual en el control de la pandemia. Lejos de suscitar el pesimismo, la experiencia muestra que la suma de estas responsabilidades individuales, suplementada de paciencia y de solidaridad, nos conducirá a buen término en un horizonte aún lejano pero certero.

Agradecemos muy especialmente a Paula Arenas, Encargada de Comunicaciones de nuestra Facultad, por las discusiones sostenidas con ella durante el análisis de las simulaciones y por ayudarnos a comunicar de manera eficaz y cercana los fenómenos que estábamos observando. Agradecemos a Héctor Pastén tanto por el desarrollo del modelo de SIR discreto como por la excelente exposición pedagógica en su artículo con Jorge Castillo. Expresamos nuestra gratitud a Derek Corcoran (F. de Ciencias Biológicas - PUC) por instruirnos en la estructura del modelo que ha desarrollado con su equipo. Agradecemos a Rodrigo Cofré (CIMFAV - U. de Valparaíso), Ernesto San Martín (Dpto. de Estadística - PUC) y Katia Vogt (Fac. de Ingeniería y Ciencia, U. Adolfo Ibañez) por las discusiones sobre los modelos y las estimaciones aquí presentadas, así como a Ricardo Aguilera, Alexis Alvear, Mauricio Castro, Manuel del Pino, Jorge González, Pablo Herrera, Tomás Pérez-Acle, Mario Ponce, Ricardo Rodríguez, Stefan Vogt y Juan Pablo Zamora por

compartirnos sus ideas y opiniones.

1. Tasa de contagio

En el modelo S-I-R, la población se divide en el grupo de los *susceptibles*, el grupo de los *infectados* (casos activos) y el grupo de quienes han sido *removidos* de los cálculos por haber dejado de producir nuevos contagios. Cada día, se transfiere del grupo de *infectados* al de *removidos* a aquellas personas que cumplieron 14 días en el grupo de los *infectados*:

$$R(n) = T(n - 14),$$

donde $T(n)$ representa los *casos totales* al día n y $R(n)$ la cifra acumulada de *removidos*. De este modo,

$$\text{Nuevosremovidos}(n) = R(n) - R(n - 1) = T(n - 14) - T(n - 15).$$

Cada día, se agregan al grupo de los *infectados* los *nuevos contagios*:

$$\begin{aligned} \text{Nuevoscontagios}(n) &= T(n) - T(n - 1) \\ I(n) &= I(n - 1) + \text{Nuevoscontagios}(n) - \text{Nuevosremovidos}(n). \end{aligned}$$

Cada día, los *nuevos contagios* se restan del número de *susceptibles*:

$$S(n) = S(n - 1) - \text{Nuevoscontagios}(n).$$

Se calcula la *tasa de contagio* como la proporción de *nuevos contagios* en relación al número de *infectados*:

$$\text{Tasadecontagio}(n) = \frac{\text{Nuevoscontagios}(n)}{I(n - 1)}.$$

Tomamos como primer día ($n = 1$) el 3/03/2020. Ese día los valores eran

$$T(1) = 1, \quad R(1) = 0, \quad I(1) = 1, \quad S(1) = H - 1,$$

donde

$$H = 19,000,000$$

es una estimación de la población total de Chile.

Considerando la alta variación diaria de la estadística de *nuevos contagios* y de la *tasa de contagio*, se realizó la simulación S-I-R considerando el promedio de las *tasas de contagio* de los últimos 7 días:

Mes	Día	T(n)	Nuevos contagios	Tasa de contagio	Recuperados	Fallecidos	I(n)	R(n)
Abril	6	4815	344	9.0	728	37	4050	765
Abril	7	5116	301	7.4	898	43	4175	941
Abril	8	5546	430	10.3	1115	48	4383	1163
Abril	9	5972	426	9.7	1274	57	4641	1331
Abril	10	6501	529	11.4	1571	65	4865	1636
Abril	11	6927	426	8.8	1864	73	4990	1937
Abril	12	7213	286	5.7	2059	80	5074	2139

La tasa de contagio promedio entre el 6 y el 12 de abril es de **8,9%**.

2. Predicciones SIR al 12 de abril

Las estimaciones publicadas el 13 y 15 de abril están basadas en el modelo S-I-R discreto propuesto por Pastén & Castillo [3], **con los datos del 12 de abril** y un *periodo de recuperación* estimado en 14 días. Las estimaciones están determinadas por dos factores:

- Un parámetro k , correspondiente a la tasa de contagio que se observaría si nadie dentro de la población adquiriera inmunidad. Este parámetro **se asume constante** durante la evolución (cf. [4]).
- Las condiciones iniciales con las que se ejecuta la simulación, específicamente los números de *nuevos removidos* diarios durante los primeros 14 días de la simulación.

El modelo SIR discreto propone la fórmula a continuación para calcular los *nuevos contagios* del día siguiente:

$$Nuevoscontagios(n+1) = k \cdot \frac{S(n)}{H} \cdot I(n), \quad (1)$$

donde recordamos que H denota el total de la población. La heurística detrás de esta regla es muy sencilla. Cada individuo infectado entra diariamente en contacto con m individuos en promedio, de los cuales una proporción $S(n)/H$ es susceptible. Cada uno de estos contactos resulta en un contagio con cierta probabilidad p . Simplemente, hemos escrito $k = pm$. Al día de hoy (24 de abril) más del 99.93% de la población se encuentra en el grupo de los *susceptibles*. Por lo tanto, el número de nuevos contagiados es esencialmente igual a

$$k \cdot I(n).$$

En consecuencia, en esta fase inicial de la epidemia, el modelo asume que la *tasa de contagio* diaria,

$$\frac{Nuevoscontagios(n+1)}{I(n)},$$

será esencialmente constante e igual a k .

Para las condiciones iniciales, consideramos dos posibilidades:

Alternativa A: se considera el número de *nuevos contagios* de 14 días antes:

$$Nuevosremovidos(n+1) := Nuevoscontagios(n-13) = T(n-13) - T(n-14).$$

Por ejemplo, estimamos los *nuevos removidos* del 13 de abril de acuerdo a la fórmula:

$$Nuevosremovidos(13 \text{ de abril}) := Nuevoscontagios(30 \text{ de marzo}) = 310,$$

lo que corresponde a la diferencia entre el número de casos totales al 30 de marzo y de casos totales al 29 de marzo (ambas son cantidades conocidas, publicadas por el Ministerio de Salud y disponibles en el repositorio [8] del Ministerio de Ciencia, Tecnología, Conocimiento e Innovación).

Alternativa B: se reemplaza el número de nuevos contagios del día $n - 14$ por el número estimado de *nuevos contagios* que habría propuesto el modelo, esto es:

$$Nuevosremovidos(n + 1) := k \cdot \frac{S(n - 14)}{H} \cdot I(n - 14).$$

Como los datos reales del 29 de marzo al 12 de abril corresponden a días en los que la tasa de contagio era significativamente mayor que 8,9% (porque las medidas de contención aún no la habían disminuido), en la Alternativa B, la estimación de nuevos removidos es inferior a la de la Alternativa A (el parámetro k es inferior a las tasas de contagio diarias reales de ese periodo).

Una vez calculado el número de *nuevos removidos*, la cantidad acumulada de *removidos* se actualiza según la fórmula

$$R(n + 1) = R(n) + Nuevosremovidos(n).$$

Finalmente, se actualizan las variables de estado $I(n)$ y $S(n)$:

$$\begin{aligned} I(n + 1) &= I(n) + Nuevoscontagios(n + 1) - Nuevosremovidos(n + 1) \\ S(n + 1) &= S(n) - Nuevoscontagios(n + 1). \end{aligned}$$

Recalamos que las simulaciones basadas en el modelo SIR corresponden al supuesto en el que el parámetro k permanece constante. Si este k se infiere de los datos de una fecha determinada, los resultados deben interpretarse como estimaciones de lo que sucedería si la curva de contagio se mantiene al mismo ritmo de crecimiento observado alrededor de esa fecha. En otras palabras, estima lo que sucedería si no cambiaran, en las semanas (o meses) posteriores, las condiciones ambientales y las conductas.

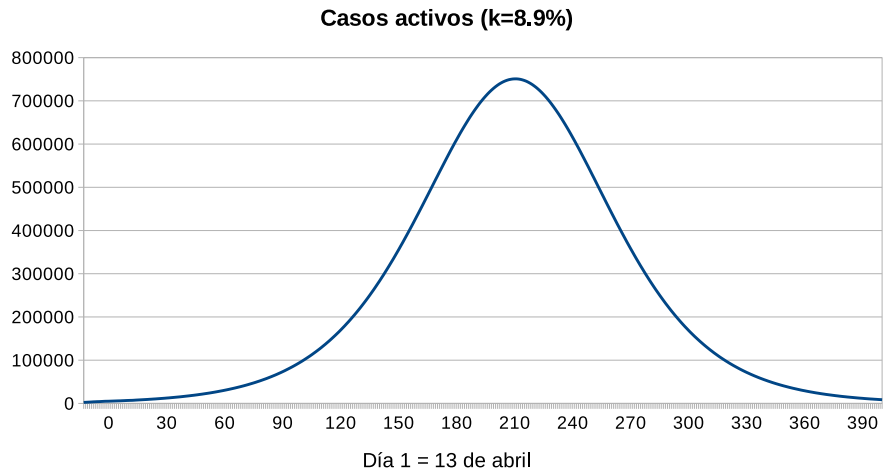


Figura 1: Campana SIR para los datos del 12 de abril.

En las publicaciones [1, 2] se observa un gráfico de las predicciones para $k = 8,9\%$ y $k = 6,0\%$. Para la primera de ellas elegimos la Alternativa A, la cual produce estimaciones inferiores a la Alternativa B (de acuerdo al lema: “si la tasa de contagio sigue siendo de $8,9\%$ o más, entonces los números de contagiados serán los que entrega esta predicción o incluso mayores”). Para la simulación con un k correspondiente al 6% elegimos la Alternativa A (según el lema: “si logramos bajar la tasa de contagio al 6% o menos, el modelo predice números así de bajos o incluso menores”).



Figura 2: Curva de contagio en Francia al 23 de abril.

Si bien el modelo estima en más de 50.000 los infectados activos a fines de

junio para un k de 8,9%, esperamos que esta predicción no se cumpla y Chile se mantenga siempre lejos del escenario de un colapso hospitalario. Para esto, es necesario que la tasa de contagio, la cual en realidad varía de un día a otro, se mantenga muy por debajo del 8,9% observado entre el 6 y el 12 de abril. No podemos simplemente esperar a llegar al *peak* de la campana SIR mostrada en la Figura 1: durante al menos siete meses morirían decenas de miles de personas. La linda campana en la curva de contagio que se observa en Francia (Figura 2) y esperamos ver en Chile en los próximos meses no es una campana tipo SIR: es una concatenación de trozos de curvas SIR con un parámetro que varía en el tiempo [4]. No corresponde, de ningún modo, a una epidemia inintervenida.

3. Planillas de datos

En la dirección:

https://www.dropbox.com/sh/sq2lmadmimxh6c0/AAABQTq_FMMcTy5W770nXAU2a?dl=0

se pueden encontrar las planillas con las simulaciones, específicamente en el archivo `200412-SIR.xlsx`.

En el mismo archivo, y en `Coronavirus-tablas.xlsx`, se encuentran los datos de España e Italia entre otros países. En ellos, se observa una tasa de contagio promedio de 6,0% y 4,1% respectivamente para la semana del 6 al 12 de abril.

En `Simulador-SIR.xlsx` es posible hacer una nueva simulación basada en el modelo usando la Alternativa A descrita anteriormente. Solo debe ingresarse la tasa de contagio k con la que se realizará la simulación, y los números de infectados activos y de removidos (recuperados + personas que han fallecido, disponibles en las estadísticas entregadas por los ministerios) de los últimos 15 días. En la parte inferior se obtiene el número estimado de casos activos por día, para un horizonte de 500 días. Al lado derecho se obtiene un gráfico de las tres variables de estado, un gráfico del número de infectados activos, el primer día (contado desde el comienzo de la simulación) en que habría más de 50.000 casos activos, el primer día en que habría más de 100.000 casos activos, el día en el que se alcanza el peak y la cantidad de casos activos en ese peak.

En `200421-SIR.xlsx` se encuentran predicciones parecidas a las del 12 de abril pero actualizadas según los nuevos datos que aparecieron diariamente hasta el 21 de abril (cada día una predicción), usando siempre para el parámetro k el promedio de las tasas de contagio de los últimos 7 días.

4. Umbral crítico para la tasa de contagio

El modelo SIR tradicional propone un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias para las tres variables de estado:

$$\begin{aligned}\frac{dS}{dt} &= -\beta SI, \\ \frac{dI}{dt} &= +\beta SI - \alpha I, \\ \frac{dR}{dt} &= \alpha I.\end{aligned}$$

Recordando la regla descrita en la Ecuación (1), reconocemos $\beta = k/H$. Para reconciliar la regla de remoción del SIR discreto con el segundo término del lado derecho de la segunda ecuación, conviene adoptar una visión probabilística. En vez de remover los individuos de la categoría de infectados determinísticamente después de 14 días, supondremos que permanecen infectados un tiempo aleatorio distribuido según la ley exponencial de parámetro $1/d$ (y, por lo tanto, un promedio de d días). Denotemos por $N(t)$ la cantidad de individuos infectados a tiempo t en este modelo probabilístico, de modo que podemos interpretar $I(t) = E[N(t)]$, y denotemos por $N(t, s)$ el número de estos individuos aún infectados en el tiempo $t + s$. Denotamos por τ_j el tiempo durante el cuál el j -ésimo de estos individuos permanece infectado ². Luego, tenemos la relación

$$N(t, s) = \sum_{j=1}^{N(t)} \mathbf{1}_{\tau_j > s}.$$

Asumiendo que las variables aleatorias τ_j son independientes de $N(t)$,

$$E[N(t, s)] = E[N(t)]E[\mathbf{1}_{\tau_1 > s}] = E[N(t)]P[\tau_1 > s] = I(t)e^{-\frac{1}{d}s},$$

por definición de la ley exponencial. Ahora, como $N(t, 0) = N(t)$, tenemos

$$E[N(t, s)] - E[N(t, 0)] = I(t) \left(e^{-\frac{1}{d}s} - 1 \right).$$

de donde se desprende

$$\frac{d}{ds} E[N(t, s)]|_{s=0} = -\frac{1}{d} I(t).$$

²El lector podrá notar el uso tácito de la *amnesia* de la ley exponencial:

$$P[\tau_j > t + s | \tau_j > t] = P[\tau_j > s].$$

Por lo tanto, podemos identificar $\alpha = 1/d$. Con estos parámetros, la ecuación para los infectados se convierte en

$$\frac{dI}{dt} = \left(k \frac{S}{H} - \frac{1}{d} \right) I = k \left(\frac{S}{H} - \frac{1}{kd} \right) I. \quad (2)$$

De la ecuación para $I(t)$ vemos, en particular, que, si $kd < 1$, el número de infectados decrece. Si, por el contrario, $kd > 1$ y

$$\frac{S(t)}{H} > \frac{1}{kd} \quad (3)$$

en el tiempo t , entonces el número de infectados crece, al menos inicialmente³. En realidad, es posible demostrar un resultado mucho más completo, central en la epidemiología matemática [9]: si $kd < 1$, el número de infectados decae exponencialmente (no hay pandemia), mientras que si $kd > 1$ entonces $I(t)$ crece hasta que la relación dada por (3) deja de cumplirse⁴, después de lo cual decrece cada vez más aceleradamente (produciendo la gráfica tradicional de una pandemia representada por el modelo SIR, como la de la Figura 1).

Fruto de las medidas de contención formales y personales, la tasa de contagio varía en el tiempo y la ecuación (2) se convierte en

$$\frac{dI}{dt} = \left(k(t) \frac{S}{H} - \frac{1}{d} \right) I.$$

En la etapa actual en la que la proporción $S(t)/H$ es muy cercana a 1, el análisis anterior revela la importancia de mantener la evolución de $k(t)$ de modo que $k(t)d < 1$. Con nuestra elección $d = 14$, se obtiene

$$k(t) < 1/d = 1/14 = 7,14 \text{ \%}.$$

Este análisis se puede aplicar parcialmente a la versión discreta del modelo SIR. Sin embargo, no parece haber un único umbral crítico que determine si la epidemia se extingue o se vuelve incontrolable, sino más bien que existe un pequeño rango de

³El valor de kd puede concebirse, intuitivamente, como el número promedio de casos secundarios producidos por un individuo infectado (k por día durante d días). En la fase inicial de la propagación del virus, cuando la fracción S/H aún es cercana al 100%, el valor de kd corresponde al *número de reproducción efectivo* utilizado en epidemiología. Como resultado de las conductas de aislamiento, este número puede variar en el tiempo, a diferencia del *número de reproducción básico* \mathcal{R}_0 el cual corresponde al número de reproducción de la infección en ausencia de cualquier intervención deliberada para frenar su transmisión.

⁴Esto corresponde a una población que ha logrado una *inmunidad de rebaño*. Para una tasa de contagio de $k = 9\%$ y un periodo de recuperación d de 14 días, esto ocurre cuando por lo menos un 20,6% de la población (cerca de 4 millones de personas) ya ha sido contagiado.

tasas de contagio, alrededor de ese valor del 7,14%, en donde las predicciones del modelo son altamente sensibles a pequeñas variaciones del parámetro k ($= k(n)$). Si el parámetro escapa de ese rango, con valores relativamente altos (como el 8,9% reportado en [1, 2]), entonces la curva de contagio se descontrola. Si, por el contrario, el parámetro k está por debajo de ese rango crítico de valores (como el 6% presentado en los reportajes), la curva se extingue. En el modelo discreto, el rango de valores crítico depende de la evolución de la epidemia en las últimas dos semanas (especialmente en la Alternativa A descrita anteriormente), porque pasar al lado bueno o al lado malo de la curva depende de si el número de nuevos contagios calculados por el modelo (predicciones teóricas) supera al número de personas que se recuperan (el cual depende de la situación de personas reales en días anteriores). En este sentido, puede haber una ventaja al usar el modelo SIR discreto porque, al incorporar información del pasado, emula un fenómeno muy natural que consiste en que los efectos de nuevas medidas o cambios de comportamiento se reflejan con un cierto desfase (lo que se relaciona con el periodo de latencia propio de la enfermedad).

El brote de COVID-19 en Chile parece estar en la fase correspondiente a lo que en el modelo se ve como el rango crítico para los valores del parámetro k (asociado estrechamente a la tasa de contagio). Parece, por tanto, ser el momento menos indicado para cualquier tipo de relajación de las medidas de contención, tanto a nivel de decisión individual como de políticas públicas por parte de las autoridades.

Referencias

- [1] D. Henao & G. Moreno, “Quédate en casa: Chile necesita reducir la tasa de crecimiento del COVID-19 al menos al 7%”, 13/04/2020, <http://www.mat.uc.cl/noticias/>. Último acceso: 21/04/2020.
- [2] D. Henao & G. Moreno, “Doctores en Matemática proyectan la curva de contagio si sigue el ritmo actual”, *Las Últimas Noticias*, 15/04/2020, página 8, <https://www.lun.com/Pages/NewsDetail.aspx?dt=2020-04-15&PaginaId=8&bodyid=0>
- [3] H. Pastén & J. Castillo, “Evolución de las epidemias: la matemática de aislarse”, 31/03/2020, <http://www.mat.uc.cl/noticias/>. Último acceso: 22/04/2020.
- [4] G. Moreno, “Coronavirus: desde las ecuaciones de un desastre a una matemática de la esperanza”, 10/04/2020, <http://www.mat.uc.cl/noticias/>. Último acceso: 22/04/2020.

- [5] F. Guevara, “La Región Metropolitana no volverá a ser la misma que antes”, *24 Horas*, 11/04/2020, https://www.24horas.cl/coronavirus/felipe-guevara-la-region-metropolitana-no-volvera-a-ser-la-misma-que-antes-4091541?fbclid=IwAR2i1u_WAORcqMSRgyX6mPYjITLoyM6xnLj4vR5UcNGW7dkJEyact2SULWc
Último acceso: 22/04/2020.
- [6] M. Canals, “Gráfico muestra cómo ha bajado la tasa de contagio del virus en Chile”, *Las Últimas Noticias*, 21/04/2020, página 4, <http://www.lun.com/Pages/NewsDetail.aspx?dt=2020-04-21&PaginaId=4&bodyid=0>
- [7] “Coronavirus en Japón: las 3 lecciones que deja la segunda ola de contagios de covid-19 en la isla de Hokkaido”, *BBC News*, 18/04/2020, https://www.bbc.com/mundo/noticias-52333560?fbclid=IwAR060_si9_x28V9LGr462rw9SauWKnMjtmnA4wofxtqN2T9PNEKyUELyqOo
Último acceso: 22/04/2020.
- [8] <http://www.minciencia.gob.cl/covid19>. Último acceso: 22/04/2020.
- [9] F. Brauer, C. Castillo-Chavez & Z. Feng, *Mathematical Models in Epidemiology*, Springer (2019).